

# 云南天文台 2.4 m 望远镜几何扭曲变化初步探究

陈 筱<sup>1,2</sup>, 郭碧峰<sup>1,2</sup>, 郑中杰<sup>2,3</sup>, 彭青玉<sup>1,2,\*</sup>

(1. 暨南大学计算机科学系, 广东 广州 510632; 2. 暨南大学中法天体测量、动力学与空间科学联合实验室, 广东 广州 510632; 3. 广东海洋大学数学与计算机学院, 广东 湛江 524088)

**摘要:** 几何扭曲 (Geometric Distortion, GD) 是电荷耦合器件 (Charge-Coupled Device, CCD) 高精度测量不可忽略的因素, 通常需要细致的观测工作导出, 这必然占用宝贵的观测时间。利用丽江观测站 2.4 m 望远镜观测密集星场的 CCD 图像, 初步发现了图像几何扭曲随天顶距 (Zenith Distance, ZD) 的变化规律。具体地, 本文参考 Gaia DR3 星表提供的位置信息并进行数据归算, 改正了较差颜色折射 (Differential Color Refraction, DCR) 效应, 求解出不同观测时间 CCD 的几何扭曲模型, 并使用四阶多项式拟合。结果表明, CCD 图像的几何扭曲与观测时的天顶距存在一定的相关性。在像素  $x$  方向, 几何扭曲模型四次项  $x^4$ ,  $x^3y$ ,  $x^2y^2$  和  $xy^3$ 、二次项  $x^2$  和  $xy$  与天顶距存在较明显的线性关系; 在  $y$  方向, 与天顶距存在线性关系的系数项为四次项  $x^4$  和  $xy^3$ 、三次项  $xy^2$  和二次项  $xy$ 。

**关键词:** 几何扭曲; 天体测量; 图像处理; 天体测量定标

**中图分类号:** P129 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-7673(2023)04-0323-10

望远镜光学成像系统的几何扭曲会导致观测的 CCD 图像中目标星像偏离原本的像素坐标位置, 这是一种普遍存在的现象。该现象不仅存在于空间望远镜, 也存在于地面望远镜, 对视场中星像位置测量产生不可忽略的影响。例如, 在哈勃空间望远镜 (Hubble Space Telescope, HST) 的光学成像系统中, 视场存在严重的几何扭曲, 其中第 2 代广角行星照相机 (Wide Field and Planetary Camera 2, WFPC2) 的几何扭曲最大可达约 5 pixel<sup>[1]</sup>。为了准确求解哈勃空间望远镜的几何扭曲效应, 文[1]提出了通过提高线性项精度来改正几何扭曲的方法, 使得行星相机视场精确到 0.02 pixel, 宽场 (Wide Field, WF) 视场精确到 0.01 pixel。在地面望远镜的观测中, 2006 年, 文[2]将哈勃空间望远镜的几何扭曲求解方法应用于欧洲南方天文台 2.2 m 望远镜, 取得了约 7 mas 的位置测量精度。随后, 文[3]提出了一种基于参考星表位置测量信息的几何扭曲求解方法, 提高了地面望远镜的观测准确度与精度, 并成功应用于土卫九 (Phoebe) 的位置测量。此后, 该方法应用于多项研究<sup>[4]</sup>, 文[5]在校正几何扭曲后得到近地小行星 Apophis 的位置信息。在 Gaia 星表发布后, 该方法成功应用于木卫六 (Himalia)<sup>[6]</sup>与海卫一 (Triton) 的位置测量<sup>[7]</sup>。文[8]参考 Gaia DR2 星表, 并从准确度、精度等方面系统比较了文[1]与文[3]的方法。随着最新的 Gaia DR3 参考星表发布, 文[3]所述方法的应用将更广泛, 能够更精确地测量天体位置。

文[1]和文[3]这两种方法在求解几何扭曲时对所使用的观测资料有严格要求, 观测资料需要采用不同取向或指向的观测模式, 均匀抖动拍摄, 这一工作通常需要充足的观测时间和一定的观测经验才能完成。然而, 望远镜的观测机会宝贵, 观测时间有限。为了能充分利用有限、宝贵的观测时间, 本文希望从天顶距方面探究云南天文台丽江观测站 2.4 m 望远镜 CCD 图像的几何扭曲变化规律。天

基金项目: 科技部国家重点研发计划政府间国际科技创新合作项目 (2022YFE0116800); 中国载人航天工程巡天空间望远镜专项科学研究项目 (CMS-CSST-2021-B08); 国家自然科学基金 (11873026, 11273014, U1431227) 资助。

收稿日期: 2023-02-13; 修订日期: 2023-03-15

作者简介: 陈 筱, 女, 硕士研究生, 主要研究图像处理与精确测量。Email: flychan98@qq.com.

\* 通信作者: 彭青玉, 男, 教授, 主要研究图形图像与精确测量。Email: tpengqy@jnu.edu.dn.

顶距是天体与天顶之间的角距离，天顶距越大，大气折射越大。然而，大气折射造成天体的视方向与真实方向产生偏差，影响天体位置测量，并且由大气折射造成的扭曲项是光学扭曲的重要项，文[9]求解了大气折射扭曲项对暗能量相机天体测量定标的影响。因此，本文认为天顶距可能在一定程度上影响几何扭曲模型的变化。本文采用文[3]提出的方法求解几何扭曲模型，参考最新发布的 Gaia DR3 星表进行数据归算，并考虑较差颜色折射效应的影响，计算出不同时间点观测的几何扭曲模型，试图发现几何扭曲模型随观测天顶距变化的规律。本文希望通过该规律，能够为后续的几何扭曲求解提供一定的便利，即通过较少次数定标场的观测计算 CCD 图像在其他时间的几何扭曲，从而有效地节约望远镜观测定标场的时间，降低望远镜观测定标的频率。

1 观测资料

本文采用云南天文台丽江观测站 2.4 m 光学望远镜在 2013 年 2 月 4 日~6 日对疏散星团 NGC1664 与近地小行星 Apophis 观测的资料探究几何扭曲模型的变化规律，观测所用望远镜和 CCD 的详细参数见表 1。本文选取 10 组不同天顶距抖动观测的密集星场的资料(视场中大约能观测到 700 颗恒星)，其中包括 66 帧 NGC1664 星团图像(原用于视场定标)，273 帧近地小行星 Apophis 图像(原用于高精度位置测量)，具体的观测资料如表 2。

表 1 望远镜和 CCD 参数说明  
Table 1 Specifications of the telescope and the CCD chip

Item	Parameter
Focal length/cm	1 920
F-ratio	8
Diameter of primary mirror/cm	240
CCD field of view (effective)	9' × 9'
Size of pixel	13.5 μm × 13.5 μm
Size of CCD array (effective)	1 900 × 1 900
Scale/("/pixel)	~0.283

表 2 观测资料概要  
Table 2 Observations overview

ID_Set	Obs date	Target	Frame/Filter	ZD (mean)/(°)	Exp time/s
1	2013-02-04	NGC1664	22/B	24.7-28.7 (26.7)	40
2	2013-02-05	Apophis	46/B	32.3-35.1 (33.4)	30
3	2013-02-05	Apophis	47/B	32.3-34.1 (32.9)	30
4	2013-02-05	Apophis	46/B	34.0-38.9 (36.2)	30
5	2013-02-05	Apophis	45/B	38.8-49.5 (43.7)	30
6	2013-02-06	Apophis	22/B	31.4-31.8 (31.6)	30
7	2013-02-06	Apophis	22/B	31.6-32.2 (31.9)	30
8	2013-02-06	Apophis	45/B	32.0-35.2 (33.4)	30
9	2013-02-06	NGC1664	22/B	46.9-52.4 (49.5)	40
10	2013-02-06	NGC1664	22/B	44.0-52.7 (47.6)	40

2 方法

2.1 视场定标

对于每幅 CCD 图像，采用如下步骤进行天体测量归算。首先，对图像进行平场与本底校正，并裁剪图像的边缘区域，裁剪后的图像像素大小为 1 900 × 1 900。然后通过二维高斯定心算法测量每个星像的像素坐标位置，并将像素坐标位置与 Gaia DR3 星表提供的位置信息进行匹配。在星表匹配过程中，为避免双星系统导致的位置误差，本文剔除了 RUWE(Re-normalised Unit Weight Error)值大于

ChinaXiv:202311.00010v1

2.0 的恒星；将匹配到的每颗恒星转换到观测时刻的站心视位置，并考虑大气折射等天体测量效应，再通过中心投影公式得到每个星像的标准坐标；最后，使用加权模型求解四阶多项式底片常数模型，得到每幅 CCD 图像的定标参数，根据求解的底片常数模型计算每个星像的观测位置。本文归算了不同时刻的观测资料，对于每组资料，计算得到了每颗恒星的残差(The Observed Minus Computed, O-C)和标准差。

## 2.2 较差颜色折射效应校正

由于光在空气中的折射率与波长有关，不同波长的光在天顶方向受到不同的折射，使得不同恒星的光穿过地球大气时折射为不同的光谱。因此，具有不同光谱的天体成像位置受到不同程度的大气折射影响，这种现象称为较差颜色折射。该现象可能导致目标天体的位置测量结果包含沿天顶方向的系统误差。本文使用的观测资料均采用 B 滤光片拍摄，该滤光片受较差颜色折射影响较为严重。为了求出更准确的几何扭曲模型，本文首先通过文[10]提出的较差颜色折射改正方法消除每个星像受较差颜色折射的影响。首先，参考 Gaia DR3 星表恒星的位置与测光信息项(BP-RP, 色指数)匹配图像中的每个星像，根据星表中的天体测量数据，转换到地平坐标系中的视位置(包含大气折射)，得到每颗测量星的地平高度和方位角。然后，通过加权的四阶多项式底片常数模型归算得到每颗恒星的残差，使用一阶多项式

$$DCR(a, b) = a + b \cdot \text{color} \tan(ZD) \quad (1)$$

拟合色指数和地平高度方向的残差之间的关系，其中 *color* 表示参考星的色指数；*ZD* 为观测资料的天顶距；*a* 和 *b* 是拟合参数。通过加权最小二乘法进行拟合，求解较差颜色折射改正系数 *a* 和 *b*，改正恒星在高度方向的残差。最后，对每个星像的像素坐标位置进行校正。

本文对 10 组观测资料均进行了较差颜色折射改正。图 1 给出了较差颜色折射改正前后资料集 3 在天顶距方向的残差随色指数的变化情况，通过(1)式用加权最小二乘法拟合，得到拟合参数，蓝色虚线为拟合结果。从图(b)可以看出，改正较差颜色折射影响后，系统误差得到了明显改善，表明较差颜色折射对天顶方向的影响基本改正。

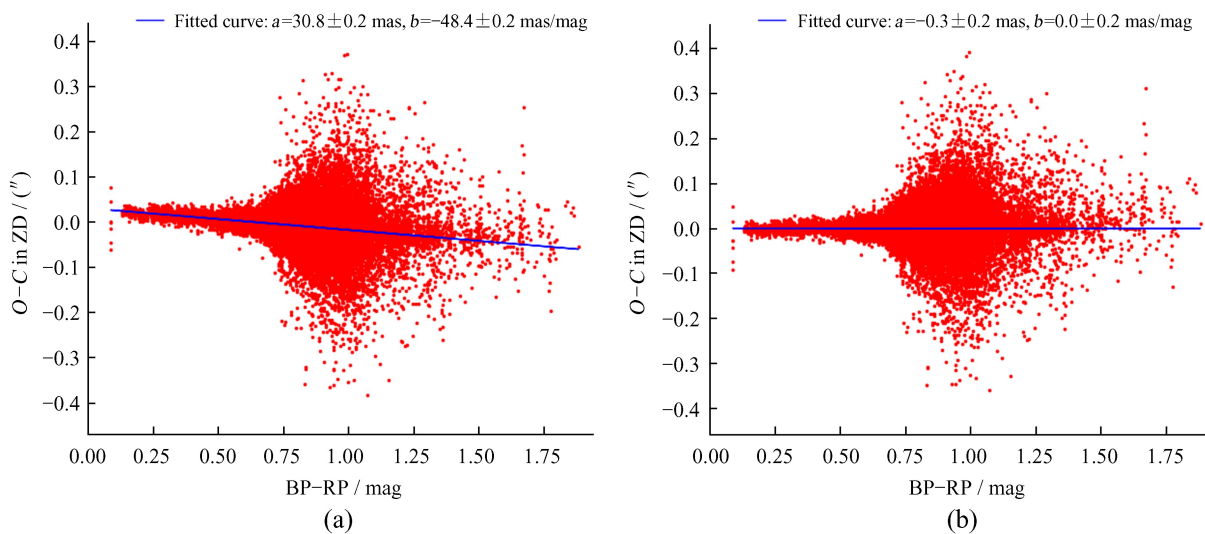


图 1 (a) 较差颜色折射改正前资料集 3 的残差随色指数的变化，蓝色实线表示(1)式的拟合结果；  
(b) 较差颜色折射改正后的结果

Fig. 1 (a) the (*O-C*) residuals change with the color index BP-RP for observation set 3 before DCR correction, the blue line represents the fitted result of Equation 1; (b) the result after DCR

## 2.3 几何扭曲校正

关于几何扭曲求解的方法，文[1]通过自定标方法直接将图像的像素坐标位置构建为自洽的无扭

曲参考框架求解几何扭曲, 文[3]基于天体测量星表并消除相当的星表系统误差的方法求解几何扭曲。对于每组观测资料, 通过本文第 2.2 节的方法改正较差颜色折射影响后, 通过如下步骤求解几何扭曲。(1)使用加权四常数底片模型进行归算, 归算步骤见本文第 2.1 节, 计算每幅图像中所有匹配星像的残差值 ( $O-C$ )。(2)对于出现在  $N(N>3)$  幅不同的 CCD 图像中的星像, 令  $i$  和  $j$  分别表示其中两幅不同的图像, 用

$$\begin{cases} dx_i = \Delta x_i - \frac{\hat{e}_i \cos D_i}{\hat{e}_j \cos D_j} \Delta x_j + \frac{\hat{e}_i \cos D_i}{\hat{e}_j \cos D_j} dx_j \\ dy_i = \Delta y_i - \frac{\hat{e}_i}{\hat{e}_j} \Delta y_j + \frac{\hat{e}_i}{\hat{e}_j} dy_j \end{cases} \quad (2)$$

表示该星像在第  $i$  幅和第  $j$  幅图像中像素位置处的几何扭曲  $(dx_i, dy_i)$  和  $(dx_j, dy_j)$  之间的数学关系, 其中,  $\hat{e} = \cos \varphi / \rho$  为四常数模型求解的估计参数;  $\varphi$  和  $\rho$  分别为 CCD 的取向和比例尺;  $\Delta x$  和  $\Delta y$  分别为星像的测量像素位置  $(x_o, y_o)$  与通过使用估计参数的四常数模型间接计算得到的该星像的像素位置  $(x_c, y_c)$  的差值;  $D$  为天球切平面切点在赤纬方向的赤道坐标。通过求解 (2) 式可以推导该星像像素位置的几何扭曲。(3)把 CCD 图像划分为  $19 \times 19$  的方形区域, 将像素坐标位于同一区域的所有星像的几何扭曲求平均值, 并把该平均值作为区域中心像素坐标位置处的几何扭曲。(4)通过双线性插值计算所有星像在像素位置处的几何扭曲值, 然后对每幅图像所有星像的像素坐标进行校正, 得到初步改正几何扭曲的观测数据结果。(5)再次执行上述求解过程, 得到几何扭曲增量, 与第 1 次几何扭曲模型相加, 得到第 2 次几何扭曲模型。(6)重复迭代以上求解过程, 直到几何扭曲增量达到预定的精度要求。

### 3 结果分析

#### 3.1 几何扭曲模型变化规律

本文对 10 组资料进行了几何扭曲求解, 图 2 分别给出了每晚典型的几何扭曲矢量图(从左到右依次为资料集 1, 3, 8)。我们使用四次多项式

$$\begin{cases} dx = \sum_{0 \leq i+j \leq 4, i, j \in N} a_{ij} \hat{x}^i \hat{y}^j \\ dy = \sum_{0 \leq i+j \leq 4, i, j \in N} b_{ij} \hat{x}^i \hat{y}^j \end{cases} \quad (3)$$

表示几何扭曲模型, 其中,  $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  为输入位置  $x$  和  $y$  归一化后的位置, 范围在  $[-1, 1]$  内,

$$\begin{cases} \hat{x} = (x - 950)/950 \\ \hat{y} = (y - 950)/950 \end{cases}, \quad (4)$$

由归一化位置可以更容易看出每一项对扭曲值影响的大小。表 3 和表 4 分别给出了在  $x$  方向和  $y$  方向不同天顶距观测资料的几何扭曲模型多项式的四次项、三次项和二次项的系数, 表的第 1 行依次为天顶距(以  $(^\circ)$  为单位)、四次项系数、三次项系数和二次项系数。

图 3 和图 4 分别给出了在  $x$  方向和  $y$  方向几何扭曲模型的四次项、三次项和二次项系数随天顶距的变化情况, 并在每个子图的上方列出了系数项、系数的均值与标准差。我们初步发现三次项系数的标准差比较小, 系数比较稳定, 而四次项和二次项的某些系数随着天顶距的变化具有一定的规律。因此, 我们通过线性拟合分析各项系数与天顶距的关系, 图 3 和图 4 中蓝色实线为线性拟合的结果, 表 5 和表 6 分别列出了拟合结果的皮尔森(Pearson)相关系数与标准差( $SD$ )的值。本文根据皮尔森相关性分析各项系数与天顶距的相关强度, 皮尔森相关系数  $r$  为



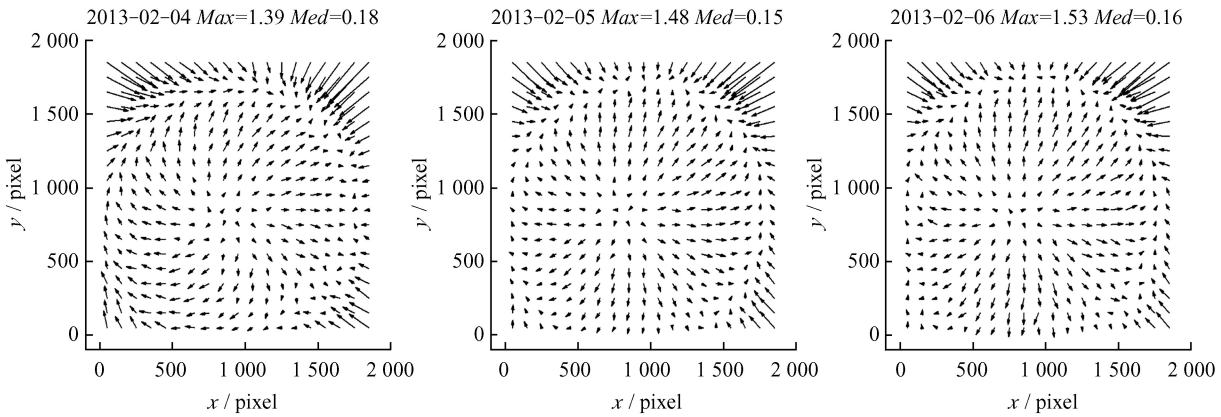


图 2 几何扭曲模型矢量图。每个子图的上方列出了观测日期以及以像素为单位的扭曲最大值与扭曲中值；每个子图的矢量值放大 200 倍

Fig. 2 The vector graphs of GD models. At the top of each panel, the observational date, the maximum GD (Max) and the median GD (Med) are listed in units of pixels and a factor of 200 is used to exaggerate the magnitude of each GD vector

表 3 在  $x$  方向几何扭曲模型的四阶多项式系数

Table 3 Fourth-order polynomial coefficients of geometric distortion models in the $x$ -direction												
$ZD/(^{\circ})$	$a_{40}$	$a_{31}$	$a_{22}$	$a_{13}$	$a_{04}$	$a_{30}$	$a_{21}$	$a_{12}$	$a_{03}$	$a_{20}$	$a_{11}$	$a_{02}$
26.8	0.010	-0.066	-0.069	-0.076	0.040	-0.936	-0.024	-0.907	0.006	-0.200	-0.439	-0.149
33.4	-0.027	-0.108	-0.002	-0.100	0.029	-0.918	-0.007	-0.869	-0.014	-0.238	-0.369	-0.184
33.8	-0.023	-0.076	-0.030	-0.118	0.026	-0.883	-0.005	-0.871	-0.017	-0.222	-0.355	-0.175
36.3	0.007	-0.120	-0.060	-0.118	0.001	-0.897	-0.028	-0.876	0.001	-0.221	-0.328	-0.143
43.6	-0.042	-0.114	-0.027	-0.151	0.070	-0.899	-0.045	-0.887	-0.026	-0.189	-0.314	-0.206
49.6	-0.189	-0.173	-0.062	-0.169	-0.068	-0.881	-0.056	-0.864	0.000	-0.069	-0.241	-0.108
47.7	-0.077	-0.198	-0.106	-0.103	0.050	-0.950	0.006	-0.901	-0.016	-0.241	-0.276	-0.159
31.6	0.040	-0.051	0.023	-0.098	0.005	-0.867	-0.017	-0.849	0.001	-0.336	-0.382	-0.166
31.9	0.049	-0.057	-0.017	-0.065	0.016	-0.948	-0.026	-0.868	-0.020	-0.289	-0.432	-0.186
33.4	0.031	-0.144	0.000	-0.136	-0.015	-0.879	-0.057	-0.893	0.000	-0.279	-0.319	-0.151

表 4 在  $y$  方向几何扭曲模型的四阶多项式系数

Table 4 Fourth-order polynomial coefficients of geometric distortion models in the $y$ -direction												
$ZD/(^{\circ})$	$b_{40}$	$b_{31}$	$b_{22}$	$b_{13}$	$b_{04}$	$b_{30}$	$b_{21}$	$b_{12}$	$b_{03}$	$b_{20}$	$b_{11}$	$b_{02}$
26.8	0.003	-0.033	-0.141	0.005	-0.126	-0.016	-0.883	0.002	-0.934	0.032	-0.094	-0.242
33.4	0.016	-0.002	-0.135	0.030	-0.176	-0.008	-0.871	-0.015	-0.925	0.036	-0.138	-0.189
33.8	-0.015	-0.002	-0.107	0.010	-0.117	-0.010	-0.871	-0.025	-0.896	0.058	-0.135	-0.262
36.3	-0.001	-0.015	-0.141	0.002	-0.075	-0.037	-0.887	-0.004	-0.887	0.057	-0.121	-0.275
43.6	0.012	-0.008	-0.110	0.035	-0.102	-0.013	-0.879	-0.030	-0.938	0.050	-0.157	-0.278
49.6	0.006	-0.018	-0.164	0.007	-0.045	-0.050	-0.838	-0.034	-0.903	0.071	-0.119	-0.296
47.7	0.082	-0.017	-0.073	0.079	-0.172	0.032	-0.916	-0.048	-0.931	-0.010	-0.193	-0.181
31.6	-0.067	-0.029	-0.079	-0.073	-0.045	-0.010	-0.851	-0.010	-0.837	0.108	-0.058	-0.354
31.9	-0.007	0.008	-0.059	-0.025	-0.179	-0.021	-0.883	-0.017	-0.821	0.022	-0.120	-0.234
33.4	0.008	0.005	-0.136	-0.005	-0.128	-0.003	-0.889	-0.011	-0.898	0.050	-0.142	-0.289

ChinaXiv:202311.00010v1

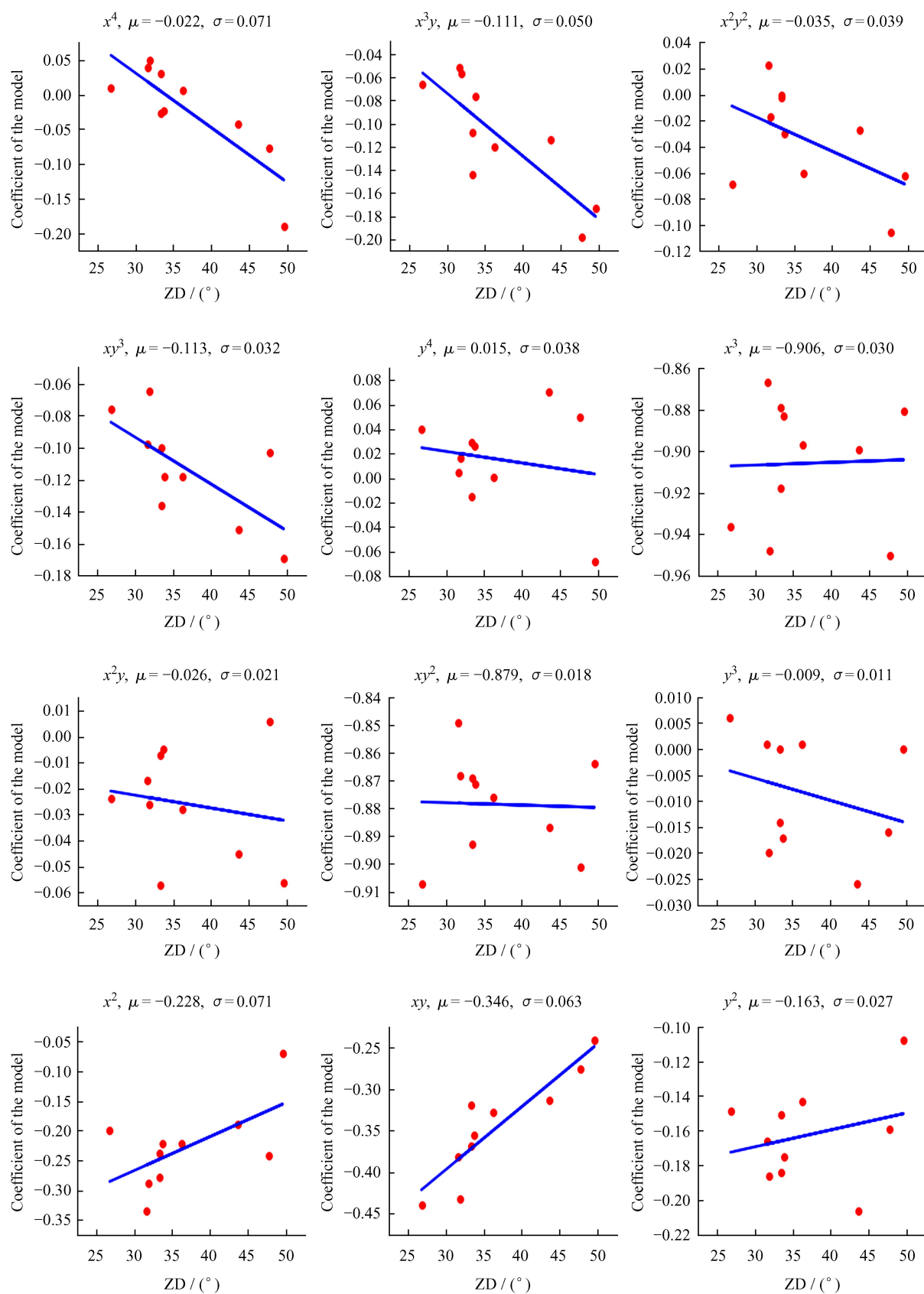


图3 在  $x$  方向几何扭曲模型系数随天顶距的变化情况, 蓝色实线为线性拟合得到的结果

Fig. 3 In the  $x$ -direction, the coefficients of geometric distortion models change with the zenith distance, blue lines are the results obtained from the linear fitting

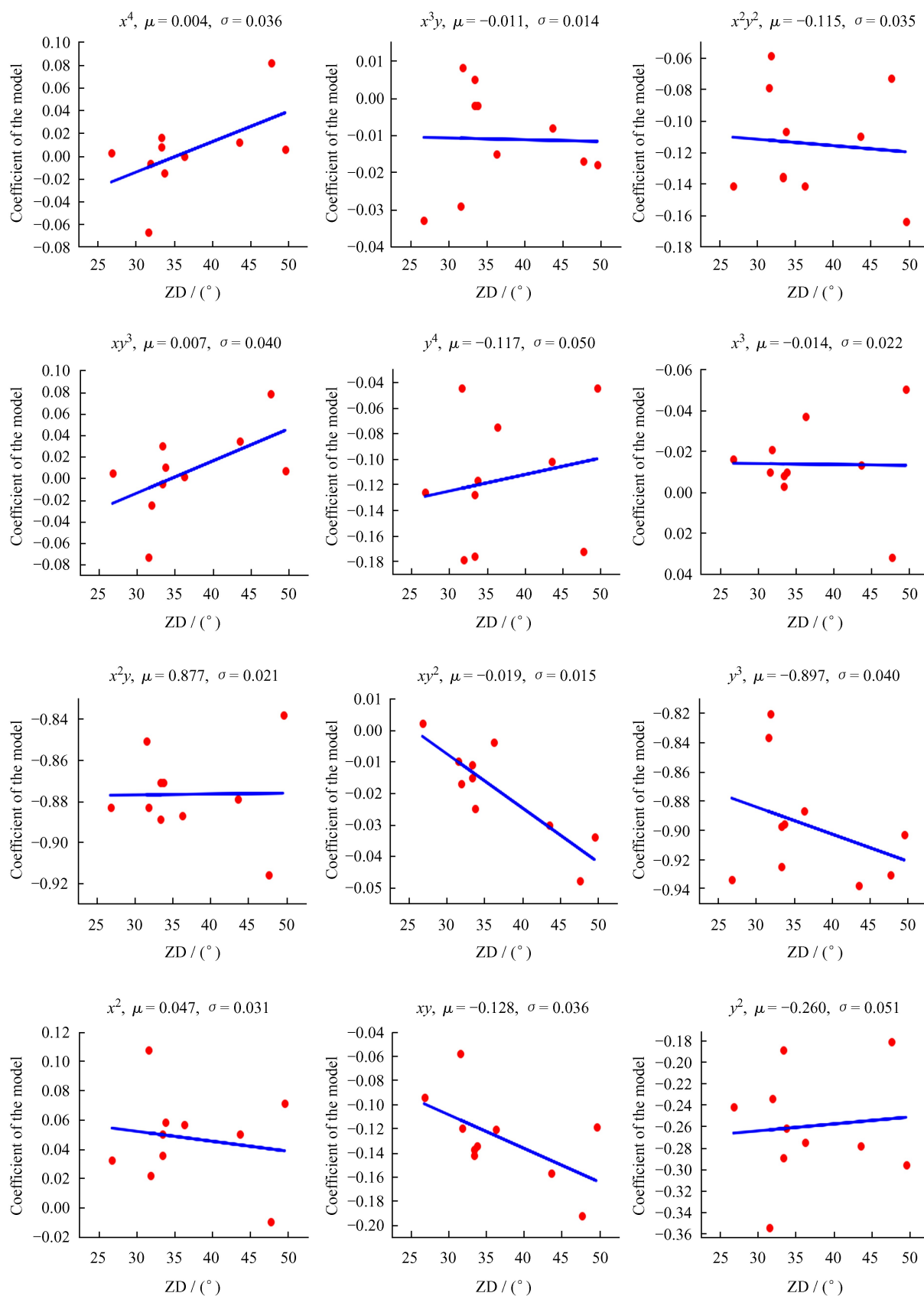


图4 在  $y$  方向几何扭曲模型系数随天顶距的变化情况, 蓝色实线为线性拟合得到的结果

Fig.4 In the  $y$ -direction, the coefficients of geometric distortion models change with the zenith distance, blue lines are the results obtained from the linear fitting

$$r = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma_X} \right) \left( \frac{Y_i - \bar{Y}}{\sigma_Y} \right), \tag{5}$$

其中， $n$  为样本量； $(X_i, Y_i)$  和  $(\bar{X}, \bar{Y})$  分别为两个变量的观测值和均值； $\sigma_X$  和  $\sigma_Y$  为样本标准差。相关系数绝对值大于 0.4 表示两个变量的相关程度为中等及以上，本文取相关系数绝对值在 0.5 以上的为关系显著。在  $x$  方向，关系显著的系数项为四次项  $x^4$ 、 $x^3y$ 、 $x^2y^2$  和  $xy^3$ 、二次项  $x^2$  和  $xy$ ，在  $y$  方向，关系显著的系数项为四次项  $x^4$  和  $xy^3$ 、三次项  $xy^2$  和二次项  $xy$ 。

表 5 线性拟合结果的皮尔森相关系数  
Table 5 The Pearson's correlation coefficient of the linear fitting results

Items	Pearson's $r$ in $x$	Pearson's $r$ in $y$	Items	Pearson's $r$ in $x$	Pearson's $r$ in $y$
$x^4$	-0.842	0.555	$x^2y$	-0.173	0.015
$x^3y$	-0.823	-0.026	$xy^2$	-0.036	-0.858
$x^2y^2$	-0.510	-0.088	$y^3$	-0.288	-0.348
$xy^3$	-0.685	0.567	$x^2$	0.603	-0.165
$y^4$	-0.185	0.193	$xy$	0.901	-0.587
$x^3$	0.032	0.015	$y^2$	0.269	0.095

表 6 线性拟合结果的标准差  
Table 6 The standard deviation of the linear fitting results

Items	$SD$ in $x$	$SD$ in $y$	Items	$SD$ in $x$	$SD$ in $y$
$x^4$	0.040	0.032	$x^2y$	0.022	0.023
$x^3y$	0.030	0.015	$xy^2$	0.019	0.008
$x^2y^2$	0.036	0.037	$y^3$	0.011	0.040
$xy^3$	0.025	0.035	$x^2$	0.060	0.033
$y^4$	0.040	0.053	$xy$	0.029	0.031
$x^3$	0.032	0.023	$y^2$	0.028	0.054

3.2 讨 论

从系统误差角度考虑，几何扭曲现象与望远镜的重力形变和大气折射误差有关。地面望远镜受重力影响，望远镜支撑结构、光学元器件发生弯曲或变形，导致地面观测系统的扭曲解不稳定。望远镜结构的重力形变产生的误差通常随着支撑结构的仰俯角变化<sup>[11]</sup>。光学元器件的形变一定程度上也会引起光学系统的误差。地面望远镜在观测目标天体时还受到大气折射效应影响，从而导致观测到的目标高度比实际高度要高，这种效应随天顶距的增大而逐渐明显。虽然我们根据观测时的平均温度和气压考虑了大气折射模型的改正，但是该模型的改正未必准确，例如湿度、风力、观测方向、测站地理位置、观测目标光谱型等因素都影响大气折射误差的校正，这些偏差导致几何扭曲模型高阶项存在。

几何扭曲模型的常数项表示望远镜坐标轴的偏移程度，通常由于望远镜弯曲随观测时间和位置发生变化。一次项分别为望远镜的比例尺与取向，实际比例尺的变化通常由望远镜的热变化导致；模型的取向项用于对齐测量坐标系与标准坐标系，与底片测量仪器的定标和高阶项的建模不准确有关。因此，本文没有探究几何扭曲模型的常数项、一次项与天顶距的关系。二次项用于修正底片倾斜导致的误差，通常由 3 种效应引入：切平面坐标系之间的转换，从相对于光轴倾斜的坐标系到切平面坐标系的转换，以及光学场角扭曲(Optical Field-Angle Distortion, OFAD)定心不准确。三次项主要用于修正光学场角扭曲，光学场角扭曲定心不准确会造成像素坐标位置偏移。光学场角扭曲通常表示为与坐标有关的三次项形式，其微分为二次多项式，在光学场角扭曲系数求解过程中产生的误差在转换到切平面坐标的过程中引入二次项与三次项。由于光学场角扭曲与光线相对于光轴的角度有关，我们猜测天顶距不同的天体，其光线通过望远镜光学系统的折射角度不同，所以部分二次项和三次项的系数也存在与天顶距的相关性。四次项可以修正大气折射未完全校正导致的系统偏移，天顶距小的天体受大气折射的影响小，天顶距大的天体受大气折射的影响大，由图 3 可以看出，在  $x$  方向，随着天顶距变大，四次项  $x^4$ 、 $x^3y$ 、 $x^2y^2$  和  $xy^3$  的系数对扭曲的影响逐渐增加；在  $y$  方向，四次项  $x^4$  和  $xy^3$  的系数变化同理。

ChinaXiv:202311.00010v1



几何扭曲模型高阶项在  $x$  方向与  $y$  方向的系数项呈中心对称，在  $x$  方向，四次项  $x^3y$  和  $xy^3$  的系数与三次项  $x^3$  和  $xy^2$  的系数对扭曲的影响较大；在  $y$  方向，四次项  $x^2y^2$  和  $y^4$  的系数与三次项  $x^2y$  和  $y^3$  的系数对扭曲的影响较大。本文初步发现的规律显示，天顶距越大，对天体的位置测量影响越大。

## 4 总结与展望

本文探究了丽江观测站 2.4 m 望远镜 CCD 几何扭曲模型的变化规律。我们选取了 2013 年 2 月 4 日~6 日对密集星场抖动观测的 10 组资料，分别求解几何扭曲模型，并用四阶多项式拟合每个星像的几何扭曲与像素坐标位置的关系。本文初步发现几何扭曲模型的四次项和二次项的一些系数与天顶距有一定的相关性，在  $x$  方向，四次项  $x^4$ ， $x^3y$ ， $x^2y^2$  和  $xy^3$ 、二次项  $x^2$  和  $xy$  与天顶距存在明显的线性关系；在  $y$  方向，四次项  $x^4$  和  $xy^3$ 、三次项  $xy^2$  和二次项  $xy$  与天顶距存在明显的线性关系。本文希望通过此规律，为今后丽江观测站 2.4 m 望远镜观测定标场节约一定的时间，通过较少次数的定标场观测推导其他时间观测的 CCD 图像的几何扭曲。本文的工作仅初步从天顶距方面探究几何扭曲模型的变化规律，在后续工作中，我们将从温度、气压等方面继续深入研究 2.4 m 望远镜的几何扭曲变化规律。

**致谢：**感谢丽江 2.4 m 望远镜全体工作人员的支持，该望远镜资金由中国科学院和云南省政府提供。

### 参考文献：

- [1] ANDERSON J, KING I R. An improved distortion solution for the Hubble Space Telescope's WFPC2' [J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2003, 115(803): 113–131.
- [2] ANDERSON J, BEDIN L R, PIOTTO G, et al. Ground-based CCD astrometry with wide field imagers. I. Observations just a few years apart allow decontamination of field objects from members in two globular clusters [J]. Astronomy & Astrophysics, 2006, 454(3): 1029–1045.
- [3] PENG Q Y, VIENNE A, ZHANG Q F, et al. A convenient solution to geometric distortion and its application to Phoebe's observations [J]. The Astronomical Journal, 2012, 144(6): 170.
- [4] 傅夏青, 彭青玉, 冯杰. 基于几何扭曲模型的 CCD 图像扭曲校正残差及分析 [J]. 天文研究与技术, 2016, 13(3): 382–388.  
FU X Q, PENG Q Y, FENG J. Residuals and analysis of geometric distortion correction of CCD images based on geometric distortion pattern [J]. Astronomical Research & Technology, 2016, 13(3): 382–388.
- [5] WANG N, PENG Q Y, ZHANG X L, et al. Precise CCD positions of Apophis in 2013 [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2015, 454(4): 3805–3809.
- [6] SHANG Y J, PENG Q Y, ZHENG Z J, et al. New CCD astrometric observations of Himilia using Gaia DR2 in 2015–2021 [J]. The Astronomical Journal, 2022, 163(5): 210.
- [7] WANG N, PENG Q Y, PENG H W, et al. Precise CCD positions of Triton in 2014–2016 from the Gaia DR1 star catalogue [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2017, 468(2): 1415–1419.
- [8] ZHENG Z J, PENG Q Y, LIN F R. Using Gaia DR2 to make a systematic comparison between two geometric distortion solutions [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2021, 502(4): 6216–6224.

- [9] BERNSTEIN G M, ARMSTRONG R, PLAZAS A A, et al. Astrometric calibration and performance of the dark energy camera [J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2017, 129(977): 074503.
- [10] LIN F R, PENG Q Y, ZHENG Z J. Using Gaia DR2 to solve differential color refraction and charge transfer efficiency issues [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2020, 498(1): 258–264.
- [11] 付丽, 董健, 凌权宝, 等. 天马望远镜结构重力变形对面形和指向精度影响 [J]. 电波科学学报, 2017, 32(3): 314–322.  
FU L, DONG J, LING Q B, et al. Effect of gravity deformation of TianMa telescope structure on the surface and pointing accuracy [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2017, 32(3): 314–322.

## Preliminary Exploration of the Change of Geometric Distortion of the 2.4 m Telescope at Yunnan Observatories

Chen Xiao<sup>1,2</sup>, Guo Bifeng<sup>1,2</sup>, Zheng Zhongjie<sup>2,3</sup>, Peng Qingyu<sup>1,2\*</sup>

(1. College of Information Science and Technology, Jinan University, Guangzhou 510632, China, Email: tpengqy@jnu.edu.cn;

2. Sino-French Joint Laboratory for Astrometry, Dynamics and Space Science, Jinan University, Guangzhou 510632, China;

3. School of Mathematics and Computer Science, Guangdong Ocean University, Zhanjiang 524088, China)

**Abstract:** Geometric distortion is a non-negligible factor for CCD high-precision measurement, which usually requires careful observational work to be derived, and inevitably takes up valuable observational time. This paper explores the change of geometric distortion with zenith distance by using the CCD image observed with the GMG -2.4 m telescope at Lijiang station. Specifically, we refer to Gaia DR3 catalog in data reduction, and correct the effect of differential color refraction (DCR). Then the geometric distortion models at different observational times are derived and are fitted with a fourth order polynomial. The results show that the geometric distortion models of the CCD frames are correlated with the zenith distance (ZD) of observational time. There are obvious linear relations between quadratic terms  $x^4$ ,  $x^3y$ ,  $x^2y^2$ ,  $xy^3$ , quadratic terms  $x^2$ ,  $xy$  and zenith distances in  $X$  coordinate; in  $Y$  coordinate, there are obvious linear relations between the quadratic terms  $x^4$ ,  $xy^3$ , cubic term  $xy^2$ , quadratic term  $xy$  of the geometric distortion models and zenith distances.

**Key words:** geometric distortion; astrometry; image processing; astrometric calibration